

DYPLOM

w konkursie dotyczącym wyróżniającej się współpracy
z redakcją w 2021 roku

Kolegium Redakcyjne „Inżynierii i Budownictwa”
przyznało

NAGRODĘ
za wyróżniający się debiut autorski

Laureatem został

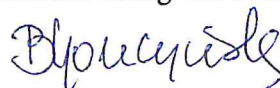
inż. DANIEL KWIECIEŃ

za artykuł pt.

„Analiza wyboczeniowa kładki pieszo-rowerowej”
opublikowany w nr. 11-12/2021.

SERDECZNIE GRATULUJEMY

W imieniu Kolegium Redakcyjnego



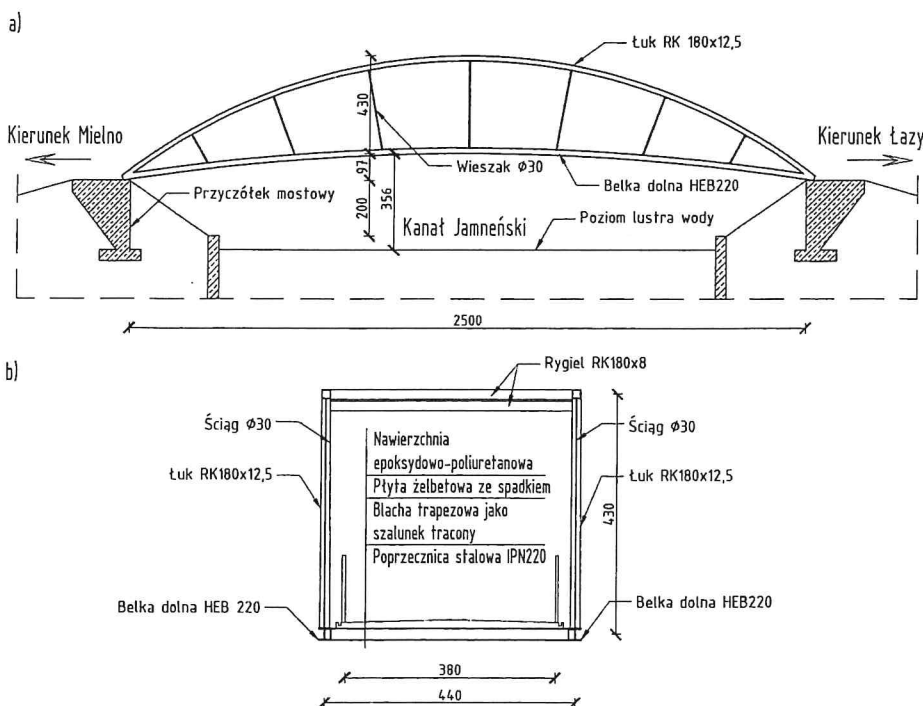
Prof. dr hab. inż. Barbara Goszczyńska
Redaktor naczelna

Analiza wyboczeniowa kładki pieszo-rowerowej

Artykuł dotyczy kładki pieszo-rowerowej o konstrukcji łukowej rozpiętości 25 m [4]. Opisano tę konstrukcję łukową. Omówiono wybrane przybliżone sposoby określania wartości obciążenia krytycznego dźwigarów łukowych oraz oszacowano wartości siły krytycznej i współczynnika długości wyboczeniowej analizowanego dźwigara łukowego, wyznaczone na podstawie normy PN-EN 1993-2 [7] i wybranej literatury [2, 3, 5, 8] oraz obliczone na podstawie analizy numerycznej modelu przestrzennego. Otrzymane wartości porównano, wskazując istotne czynniki wpływające na wartości obciążenia krytycznego łuków, takie jak wyniosłość ściągu, sposób usytuowania wieszaków, przyłożenie obciążenia.

Opis konstrukcji

Analizowaną kładkę pieszo-rowerową przedstawiono na rys. 1. Konstrukcję zaprojektowano w ciągu ścieżki rowerowej pomiędzy miejscowościami Łazy i Mielno (powiat koszaliński), nad przeszkodą terenową, jaką jest Kanał Jamneński. W najbliższych latach w miejscu lokalizacji kładki planuje się przebudowę istniejących wrót sztormowych. Jedną z koncepcji obejmuje budowę mariny portowej, jak również przebudowę istniejącego mostu drogowego. Dopełnieniem tej koncepcji mogłoby być wykonanie w tym miejscu analizowanej konstrukcji, co umożliwiłoby bezpieczne rozdzielanie ruchu pieszego i rowerowego od ruchu samochodowego.



Rys. 1. Analizowana konstrukcja kładki: a) w widoku z boku, b) w przekroju

Kładka składa się z dwóch sprzężonych ze sobą dźwigarów *Langer*, rozstawionych w odległości 4,4 m, którym przestrzenny charakter pracy nadają poprzeczne rygle (RK 180×8) umieszczone w strefie środkowej dźwigarów łukowych (RK 180×12,5) oraz poprzecznice (dwuteowniki walcowane wysokości 220 mm) prostopadłe do lekko wygiętych ku górze dolnych belek dźwigarów *Langer* (HEB 220). Stalowy ruszt pomostu, złożony z belek podłużnych i poprzecznic, zaprojektowano jako zespolony z monolityczną żelbetonową płytą pomostu grubości 10 cm. Pomost jest podwieszony do każdego z łuków za pomocą siedmiu wiotkich prętów (średnicy 30 mm). Wieszaki są usytuowane prostopadle do osi dźwigara łukowego. Stosunek wyniosłości łuku do rozpiętości $f/l = 4,3/25 = 0,172$, a wyniosłość belki pomostu wynosi 0,97 m.

Analiza konstrukcji

Podczas analizy statycznej i analizy stateczności konstrukcji wzięto pod uwagę obciążenie ciężarem własnym, obciążenie śniegiem oraz oddziaływanie wiatru, a także obciążenie tłumem, które w głównej mierze wpływało na wartości sił wewnętrznych. Uwzględniano równomierne obciążenie tłumem na całej długości pomostu, o wartości 4,18 kN/m², oraz równomierne obciążenie tłumem na połowie długości pomostu, równe 4,82 kN/m². Przekroje poprzeczne elementów konstrukcyjnych zaprojektowano zgodnie z normą [6], a ich obliczone wyężenie wynosiło 75÷90%. Wyężenie przekrojów poprzecznych elementów ryglowych nie przekroczyło 75%, gdyż ich obciążenie jest niewielkie.

Model numeryczny

Model numeryczny konstrukcji sporządzono w programie Autodesk Robot Structural Analysis. Model ten składa się z 84 prętów, 16 paneli oraz 2949 węzłów. Każdy z łuków został aproksymowany za pomocą 16 prostoliniowych prętów, a wygięte belki podłużne pomostu aproksymowano za pomocą ośmiu prętów prostoliniowych. Wszystkie proste pręty konstrukcji podzielono na 5 elementów skończonych w celu zwiększenia dokładności obliczeń w analizie stateczności. Wieszaki zamodelowano jako pręty przenoszące tylko siły rozciągające, gdyż z uwagi na ich dużą smukłość uznano je za niezdolne do przenoszenia sił ściskających.

Niestateczności globalne elementów ściskanych

Nośności elementów obliczono po wykonaniu analizy statycznej i sprawdzeniu nośności przekrojów zgodnie z warunkami normy [6]. Siły krytyczne w elementach oraz współczynniki długości wyboczeniowej oszacowano na podstawie wytycznych zawartych w normie [6], literaturze lub na podstawie analizy numerycznej.

Element idealny poddany ściskaniu osiowemu ulega wyboczeniu po osiągnięciu pewnej wartości siły ściskającej, nazywanej siłą krytyczną N_{cr} . Zakłada się, że siła krytyczna jest największym możliwym obciążeniem pręta ściskanego. Natomiast w przypadku prętów rzeczywistych, tj. takich, w których występują wstępne imperfekcje, przyjmuje się, że wraz ze zwiększeniem obciążenia zwiększa się deformacja pręta. Analiza nośności elementu według normy [6] wymaga określenia siły krytycznej, co w późniejszym etapie obliczeń umożliwia odpowiednie zredukowanie nośności elementu przez uwzględnienie współczynnika niestateczności. Wartość siły krytycznej zależy od wielu czynników, m.in. od długości elementu i warunków jego zamocowania, kształtu i wielkości przekroju, technologii wykonania elementu, sposobu przyłożenia obciążenia. Zależność siły krytycznej od współczynnika długości wyboczeniowej określa znany wzór *Eulera*.

W artykule porównano wartości współczynników długości wyboczeniowych μ analizowanej konstrukcji określone różnymi sposobami. Rozpatrzono przypadek wyboczenia łuku w płaszczyźnie, jak i z płaszczyzny dźwigara.

Wyboczenie łuku w płaszczyźnie dźwigara

Według normy [7], punkt D.3.2, w przypadku dwuprzegubowego parabolicznego łuku z prostoliniowym ściągiem i pionowo usytuowanymi wiotkimi wieszakami siłę krytyczną w płaszczyźnie dźwigara można określić za pomocą wzoru

$$N_{cr} = \left(\frac{\pi}{\beta s} \right)^2 EI_y, \quad (1)$$

w którym:

N_{cr} – siła krytyczna przy wyboczeniu łuku w płaszczyźnie,

$\beta = \mu$ – współczynnik długości wyboczeniowej łuku,

s – połowa długości łuku,

E – moduł Younga,

I_y – moment bezwładności przekroju łuku względem osi prostopadłej do płaszczyzny dźwigara.

W zależności od wyniosłości łuku i liczby wieszaków można, korzystając z zamieszczonego w normie nomogramu, oszacować wartość współczynnika długości wyboczeniowej łuku μ .

W przypadku rozpatrywanego łuku dwuprzegubowego ($f/l = 0,172$, liczba wieszaków $m = 7$) współczynnik długości wyboczeniowej odczytany z nomogramu $\mu = 0,45$.

Jednak siła krytyczna przy wyboczeniu łuku w jego płaszczyźnie w głównej mierze zależy nie tylko od wyniosłości łuku, liczby zastosowanych wieszaków, ale również od tego, w jaki sposób są one usytuowane. Jak podano w [5], sztywność łuku na wyboczenie w płaszczyźnie jest tym większa, im większa jest sztywność geometryczna podpór sprężystych łuku, czyli w tym przypadku wieszaków podwieszających pomost. Największą ich sztywność można uzyskać, stosując prostopadle usytuowanie wieszaków względem osi dźwigara

łukowego. Również duży wpływ na wartość siły krytycznej ma geometria ściągu. Można uzyskać większe wartości sił krytycznych, gdy ściągi jest lekko podniesiony do góry. Nomogram zawarty w normie [7] nie uwzględnia sposobu usytuowania wieszaków ani wyniosłości ściągu.

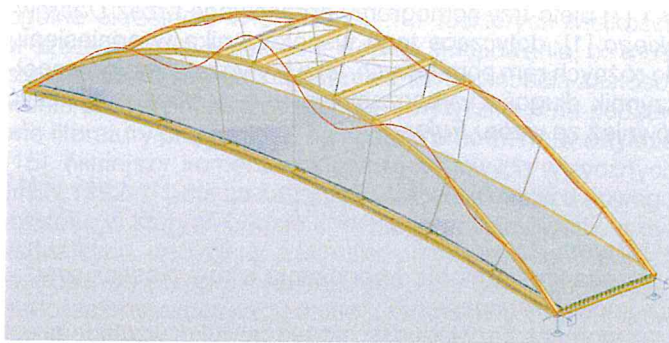
W pracach [2, 5] podano współczynniki długości wyboczeniowych parabolicznego łuku oparte na modelach lepiej odzwierciedlających rozpatrywaną konstrukcję. Określono w nich współczynniki dotyczące dwuprzegubowych parabolicznych dźwigarów łukowych z prostoliniowym lub podniesionym ku górze ściągiem oraz różnym usytuowaniem wieszaków.

Niżej rozpatrzono następujące warianty analizowanej konstrukcji:

- dźwigar z poziomym ściągiem oraz wieszakami usytuowanymi prostopadle do łuku górnego ($\mu = 0,26$),

- dźwigar z wypukłym ściągiem oraz wieszakami usytuowanymi pionowo ($\mu = 0,33$).

W celu określenia miarodajnej wartości współczynnika długości wyboczeniowej analizowanej konstrukcji sporządzono model numeryczny. Na podstawie liniowej analizy wyboczeniowej otrzymano wartość współczynnika długości wyboczeniowej projektowanego dźwigara *Langer*a przy wyboczeniu w jego płaszczyźnie $\mu = 0,26$ ($s = 13,47$ m). Otrzymana siła krytyczna odpowiada postaci wyboczenia konstrukcji przedstawionej na rys. 2. Forma wyboczenia stanowi ilustrację tego, jak duży wpływ przy wyboczeniu w płaszczyźnie dźwigara ma liczba i usytuowanie wieszaków.



Rys. 2. Postać wyboczenia łuku w płaszczyźnie

Rozpatrywany model numeryczny w znacznym stopniu odzwierciedla analizowaną konstrukcję pod względem geometrycznym. W założeniach projektowych przyjęto sztywne połączenie parabolicznego łuku z wygiętą ku górze belką pomostu. Model taki (dźwigar *Langer*a) charakteryzuje się większą sztywnością w płaszczyźnie niż dźwigary o podatnym bądź przegubowym połączeniu łuku ze ściągiem. Zastosowanie sztywnego połączenia obu elementów może wpływać na zwiększenie obciążenia krytycznego. Należy wspomnieć, że belka dolna jest w stanie samodzielnie przenosić jedynie część obciążeń pomostu, a dzięki współpracy przez wieszaki z łukiem uzyskuje wystarczającą nośność i sztywność. Dźwigar łukowy nie tylko usztywnia cały ustrój, ale również przenosi część obciążeń pomostu przekazywaną przez wieszaki.

Wartość współczynnika długości wyboczeniowej otrzymana z analizy numerycznej jest o 42% mniejsza od wartości uzyskanej na podstawie wstępnych oszacowań dotyczących łuku dwuprzegubowego ze ściągiem i pio-

nowo usytuowanych wieszaków [7]. Wynik według prac [2, 5] w przypadku dwuprzegubowego łuku ze ściągami, z wieszakami prostopadłymi do osi łuku jest niemal taki sam, jak wynik otrzymany na podstawie analizy numerycznej. Wskazuje to na niewielki w tym przypadku wpływ giętej sztywności belki pomostu oraz zastosowanego sztywnego połączenia obu elementów. Efekt ten można było przewidywać, ponieważ do wyboczenia łuku dochodzi w okolicy połowy rozpiętości dźwigara, nie zaś w strefie przypodporowej (por. rys. 2).

Wyboczenie łuku z płaszczyzny dźwigara

Wyboczenie łuku z płaszczyzny dźwigara według [5] w dużej mierze zależy od sposobu przyłożenia obciążenia. Dźwigar, którego łuk jest obciążony siłą przekazaną przez wieszaki, charakteryzuje się dużo większą statecznością przy wyboczeniu z płaszczyzny, ponieważ wieszaki mają tendencję do „ściągnięcia” go do płaszczyzny pionowej [5]. Należy podkreślić, że w przypadku analizowanej konstrukcji duży wpływ na jej obciążenie krytyczne ma przestrzenny charakter pracy konstrukcji, m.in. przez elementy ryglowe łączące oba dźwigary.

Wyboczenie łuków sprzężonych z płaszczyzny dźwigarów to zagadnienie, które zgodnie z punktem D.3.4 normy [7] można wstępnie rozpatrywać, jak w przypadku wydzielonej z konstrukcji ramy portalowej. Geometrię takiej ramy w przypadku dwóch sprzężonych dźwigarów łukowych określono zgodnie z rys. D.5 normy [7]. Współczynnik ten zależy nie tylko od sztywności łuku, ale również od sztywności rygla łączącego oba dźwigary oraz umiejscowienia obciążenia i warunków brzegowych konstrukcji. W tablicy D.1 [7] ujęto trzy nomogramy opracowane przez Dąbrowskiego [1], dotyczące tego współczynnika w odniesieniu do różnych ram portalowych. Siłę krytyczną, znając współczynnik długości wyboczeniowej $\beta = \mu$, można obliczyć również ze wzoru Eulera

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{(\beta h)^2}, \quad (1)$$

w którym:

N_{cr} – siła krytyczna dla wyboczenia łuku z płaszczyzny,

E – moduł Younga,

I_z – moment bezwładności przekroju łuku względem osi leżącej w płaszczyźnie dźwigara,

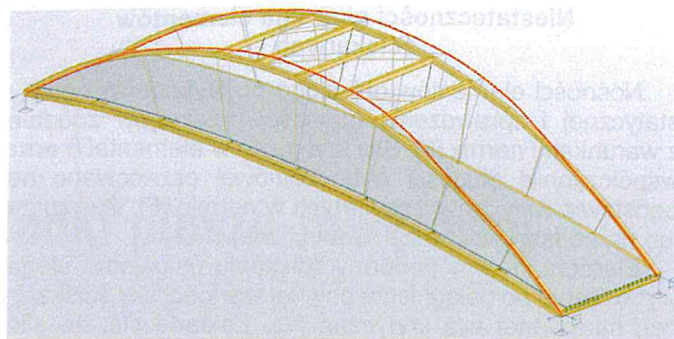
$\beta = \mu$ – współczynnik długości wyboczeniowej,

h – wysokość ramy portalowej.

W przypadku analizowanej konstrukcji ustalono wysokość ramy portalowej $h = 9,65$ m i odczytano wartość współczynnika długości wyboczeniowej $\beta = \mu = 0,58$. W analizie wykorzystano nomogram drugi według [1], odpowiadający utwierdzeniu konstrukcji ramy portalowej na kierunku poprzecznym do kładki.

Na podstawie analizy numerycznej określono odpowiednią postać wyboczenia łuku z płaszczyzny i obliczono współczynnik długości wyboczeniowej $\mu = 0,63$, który również odniesiono do wysokości ramy portalowej $h = 9,65$ m. Współczynnik ten określono, uwzględniając siłę krytyczną na $N_{cr} = 2107,31$ kN, odpowiadającą pierwszej postaci wyboczenia (rys. 3).

Wartość współczynnika długości wyboczeniowej otrzymana na podstawie numerycznej analizy stateczności sprzężonych dźwigarów Langer'a okazała się większa o około 9% od wartości określonej na podstawie nomogramu dotyczącego odpowiedniej ramy portalowej zgodnie z [7].



Rys. 3. Postać wyboczenia łuku z płaszczyzny

Wnioski

Analiza wyboczeniowa konstrukcji łukowych jest istotna z uwagi na konieczność określenia miarodajnych współczynników długości wyboczeniowych elementów ściskanych. Według normy [7] można obliczyć siłę krytyczną łuku przy wyboczeniu w płaszczyźnie oraz z płaszczyzny, jednak korzystając z literatury, np. [2, 5], można uzyskać jej dokładniejsze wartości. Jak wykazała analiza, określony numerycznie współczynnik długości wyboczeniowej łuku przy wyboczeniu w płaszczyźnie jest prawie dwukrotnie mniejszy niż określony zgodnie z normą [7], co może świadczyć o dużym zapasie bezpieczeństwa istosunkowo małej ekonomiczności konstrukcji projektowanych tą metodą. Wartości współczynnika długości wyboczeniowej określone na podstawie literatury są w tym przypadku bliższe wartościom „rzeczywistym”.

Wartości współczynnika długości wyboczeniowej w przypadku wyboczenia z płaszczyzny określone zgodnie z normą [7] i zgodnie z modelem numerycznym są zbliżone. Można więc uznać, że dla analizowanej konstrukcji tworzenie złożonego modelu numerycznego nie jest konieczne do bezpiecznego i ekonomicznego zaprojektowania łuku. Należy jednak wskazać na dużą trudność posługiwania się zamieszczonymi w normie nomogramami z uwagi na ich małą czytelność oraz skąpe opisy. Korzystanie z normowych nomogramów wiąże się z koniecznością szacowania szukanych współczynników, co może być obarczone błędem losowym. To zagadnienie powinno być rozważone podczas aktualizowania eurokodów.

PIŚMIENICTWO I WYKORZYSTANE MATERIAŁY

- [1] Dąbrowski R.: Knicksicherheit des Portalrahmens bei Eintretender Richtungsänderung im Lastangriff. „Der Bauingenieur”, Heft 5/1960.
- [2] Jankowska-Sandberg J.: Wybrane zagadnienia stateczności dźwigarów łukowych i kratowych. Politechnika Koszalińska, Koszalin 2013.
- [3] Jastrzębski P., Mutermilch J., Orłowski W.: Wytrzymałość materiałów. Arkady, Warszawa 1974.
- [4] Kwiecień D.: Kładka pieszo-rowerowa nad kanałem żegludowym łączącym jezioro Jamno z Morzem Bałtyckim. Praca dyplomowa. Promotor: dr inż. Michał Piątkowski. Politechnika Koszalińska, Wydział Inżynierii Lądowej, Środowiska i Geodezji, Koszalin 2021.
- [5] Pałkowski Sz.: Wybrane konstrukcje stalowe. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2010.
- [6] PN-EN 1993-1-1:2006 Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [7] PN-EN 1993-2:2010 Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 2: Mosty stalowe.
- [8] Rykaluk K.: Zagadnienia stateczności konstrukcji metalowych. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2012.