Ocena wyboczenia pasów dolnych z płaszczyzny kratownic usztywnionych obudową dachową

Podczas modernizacji hal ich ciężkie żelbetowe płyty dachowe zastępuje się np. blachami trapezowymi lub płytami warstwowymi. Zazwyczaj masa własna nowej, lekkiej obudowy dachu nie równoważy oddziaływania od "ssania" wiatru i powstaje wytężenie ściskające w niestężonych bocznie dolnych pasach płatwi (pełnościennych lub kratownicowych) lub (i) kratownicowych dźwigarów dachowych (rys. 1a). Występuje wtedy m.in. problem zabezpieczenia przed wyboczeniem z płaszczyzny pasów dolnych kratownic lub zwichrzenia płatwi pełnościennych. Z powodu nieuwzględnienia wyżej wymienionych kwestii, odnotowuje się awarie remontowanych dachów, np. [8]. Problem ten występuje również we współcześnie projektowanych dachach kratownicowych o małym kącie nachylenia połaci dachu i małym ciężarze obudowy dachowej. W takich dachach unoszące oddziaływanie wiatru, które jest większe od ciężaru własnego obudowy dachu i konstrukcji nośnej, sprawia, że w pasach dolnych kratownic występują siły ściskające $N_{c,Ed}$ (rys. 1a). Wytężenie ściskające tych pasów może być też spowodowane ciśnieniem wewnętrznym w budynku od oddziaływania wiatru (rys. 1b).



Rys. 1. Przykłady występowania ściskania pasów dolnych kratownic płaskich: a) "ssanie" wiatru, b) ciśnienie wewnętrze od oddziaływania wiatru

Usytuowane w płaszczyźnie połaci dachu stężenia połaciowe poprzeczne (prętowe lub tarczowe z blachy trapezowej [4, 13]) skracają długości wyboczeniowe pasów górnych z płaszczyzny kratownic płaskich. Takiego usztywnienia "bocznego" brakuje w przypadku ich pasów dolnych. Dlatego długości wyboczeniowe pasów dolnych z płaszczyzny kratownic płaskich I_{ez} są zazwyczaj duże. W celu ich zmniejszenia stosuje się odpowiednie stężenia prętowe (np. stężenie międzywiązarowe, zastrzały; rys. 2b÷e).

W wielu przypadkach sztywność giętna ciągłych płatwi lub ciągłej blachy trapezowej oraz sztywność ich połączeń z pasem górnym, a także prętów wykratowania wiązara może być wykorzystana w ocenie wyboczenia ściskanego pasa dolnego z płaszczyzny kratownicy. Sztywność giętno-skrętna takiego ustroju stanowi podatne usztywnienie boczne ściskanego pasa dolnego kratownicy płaskiej, ograniczając jego przemieszczenie boczne. Można to uwzględnić w ocenie wyboczenia pasa dolnego z płaszczyzny kratownicy [1÷3, 6, 7]. W takim przypadku zbyteczne są klasyczne stężenia prętowe i uzyskuje się znaczne oszczędności stali oraz czasu wykonania konstrukcji i jej montażu.

W artykule podano modele i zasady oceny wyboczenia pasów dolnych z płaszczyzny kratownic. Uwzględniają one usztywnienie boczne pasów dolnych z płaszczyzny kratownic w wyniku konstrukcyjnego połączenia wiązara z obudową dachu. Przedstawiono konstrukcje połączeń płatwi i blach trapezowych (obudowy dachu) z pasem górnym, które ograniczają przemieszczenia boczne pasa dolnego kratownicy. W modelu obliczeniowym oceny stateczności pasów dolnych uwzględniono sztywność giętną płatwi lub blachy trapezowej, ich połączenia z pasem górnym oraz prętów wykratowania kratownicy. Podano sposób oceny sztywności giętnych obudowy dachu i jej połączenia z pasem górnym kratownicy oraz ich prętów wykratowania wiązara o geometrii V, N i W. Przedstawiona ocena stateczności z płaszczyzny kratownicy dotyczy pasów dolnych jednogałęziowych i dwugałęziowych. Analizowane zagadnienie zilustrowano przykładem obliczeniowym.

Konstrukcje połączeń obudowy dachu z pasem górnym ograniczające przemieszczenia boczne pasa dolnego kratownicy

W klasycznym modelu oceny wyboczenia pasów z płaszczyzny kratownicy przyjmuje się przegubowe połączenie jej pasa górnego z płatwiami lub blachą trapezową (rys. 2a). Dlatego w celu zmniejszenia długości wyboczeniowej "swobodnego" pasa dolnego kratownicy z jej płaszczyzny I_{ez} projektuje się odpowiednie stężenia prętowe (rys. 2b÷e).

W ocenie stateczności pasów dolnych z płaszczyzny kratownicy można jednak często wykorzystać sprężyste "zamocowanie" wiązara w obudowie dachu. Wówczas przyjmuje się schemat połączenia kratownicy z obudową dachu, jak na rys. rys. 3a i 4a. W modelu obliczeniowym stateczności pasa dolnego uwzględnia się wtedy sztywności giętne płatwi lub blachy trapezowej, ich połączeń z pasem górnym kratownicy oraz wykratowania wiązara. Sztywność giętno-skrętna analizowanego ustroju ogranicza przemieszczenia boczne ściskanego pasa dolnego kratownicy, co ma zasadnicze znaczenie w ocenie jego nośności z warunku wyboczenia z płaszczyzny ustroju.

Kluczowym zagadnieniem w rozpatrywanym sposobie projektowania jest odpowiednia sztywność i nośność połączenia



ciągłych płatwi lub ciągłej blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy. Powinno ono zapewnić przenoszenie momentu zginającego. Przykłady takich połączeń płatwi pełnościennych z pasem górnym kratownic pokazano na rys. 3b÷e. W kratownicowych dachach bezpłatwiowych, a także w przypadku





Rys. 3. Połączenia płatwi pełnościennych z pasami górnymi kratownic, które usztywniają ich pasy dolne przed wyboczeniem z płaszczyzny ustroju: 1 - płatew pełnościenna, 3 - pas górny kratownicy, 4 - wykratowanie, 5 - stężany pas dolny kratownicy, 7 - podpórka płatwi



nością zastosowania odpowiedniej konstrukcji kratownic. Połączenia ich prętów wykratowania powinny mieć dostateczną sztywność giętną oraz nośność w płaszczyźnie prostopadłej do ustroju. Na przykład rurowe końcówki krzyżulców i słupków kratownic powinny być bez spłaszczeń i wyobleń oraz całym obwodem przyspawane do pasów. Ich połączenia z pasami powinny być zaprojektowane na pełną nośność łączonych prętów wykratowania kratownic.

Sztywność podparcia bocznego pasów dolnych kratownic płaskich

W analizie wyboczenia pasa dolnego z płaszczyzny kratownicy (rys. 5a÷c) przyjmuje się jej ciągłe nieprzesuwne podparcie w płaszczyźnie połaci dachu i sprężyste podparcie ze względu na obrót C_D (rys. 5d) w osi pasa górnego. Uproszczenie tego modelu polega na zastąpieniu przeciwskrętnego podparcia w osi pasa górnego C_D podparciem liniowym pasa dolnego w kierunku prostopadłym do płaszczyzny kratownicy, o sprężystości równoważnej K (rys. 5e), którą oblicza się ze wzoru [2, 6]

$$K = \frac{1}{\frac{1}{K_{roof}} + \frac{1}{K_{con}} + \frac{1}{K_{d}}},$$
(1)

w którym:

K_{roof} – sprężystość giętna płatwi lub blachy trapezowej,

K_{con} – sprężystość giętna połączenia płatwi lub blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy,

Rys. 4. Połączenia blachy trapezowej z pasami górnymi kratownic, które usztywniają pasy dolne przed wyboczeniem z jej plaszczyzny: 2 - blacha trapezowa, 3 - pas górny kratownicy, 4 - wykratowanie, 5 - stężany pas dolny kratownicy, 6 - łączniki

płatwi kratowych, gdy blacha trapezowa, klasy konstrukcyjnej I lub II według PN-EN 1993-1-3 [13], jest odpowiednio połączona z pasem górnym kratownicy, poprzeczna sztywność skrętna ustroju ogranicza przemieszczenie boczne jej pasa dolnego. Na rysunku 4b÷e pokazano przykłady połączeń blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy, które usztywniają pasy dolne przed wyboczeniem z jej płaszczyzny. W takich konstrukcjach blachy trapezowe, o grubości ścianek nie mniejszej niż 0,7 mm, muszą być połączone w sposób ciągły (gęsty) ich dolnymi fałdami z pasem górnym kratownicy, a także sąsiednie arkusze blach trapezowych należy połączyć ze sobą wzdłużne, w odległości nie większej niż 300 mm. Jakość wykonania takich konstrukcyjnych połączeń blach trapezowych podlega kontroli i odbiorowi technicznemu [15]. Jeśli blachy trapezowe usztywniają bocznie kratownice, to w takich obiektach muszą być umieszczone tablice ostrzegawcze, informujące o zakazie modernizacji dachu bez wykonania wcześniejszych analiz statyczno-wytrzymałościowych [15].

Przyjęcie analizowanego modelu oceny stateczności pasów dolnych z płaszczyzny ustroju jest też uwarunkowane koniecz-

 K_d – sprężystość giętna prętów wykratowania kratownicy.

Sprężystości K_{roof}, K_{con}, K_d są obliczane na jednostkę długości pasa dolnego kratownicy.

Pas dolny w ocenie stateczności z płaszczyzny kratownicy jest traktowany jak ściskany pręt na sprężystym podłożu obustronnym (tzn. przy jego wygięciu nie występuje odrywanie pręta od podłoża) o sprężystości zastępczej K. Jego schemat statyczny pokazano na rys. 5g (w przypadku pręta jednogałęziowego) oraz na rys. 5f (w przypadku pręta dwugałęziowego).

Sprężystość giętną K_{roof} wyznacza się, obliczając przemieszczenie poziome pasa dolnego kratownicy δ_{roof} od obciążenia jednostkowego H = 1 (rys. 6a), wynikające ze sztywności ciągłych płatwi [6] lub ciągłej blachy trapezowej [2]. Oblicza się ją ze wzoru

$$K_{roof} = \frac{2EI_{roof}}{h^2 I_{roof}},$$
(2)

w którym:

h - odległość między osią podłużną płatwi lub blachy trapezowej i osią podłużną pasa dolnego kratownicy,



Rys. 5. Schematy modeli fizycznych (a, b) i obliczeniowych (c, d, e, f, g) ściskanego pasa dolnego stężonego bocznie sprężystym połączeniem kratownicy z płatwią lub blachą trapezową: 1 – płatew, 2 – blacha trapezowa, 3 – pas górny, 4 – wykratowanie, 5 – pas dolny

I_{roof} – rozpiętość przęsła płatwi lub blachy trapezowej,
I_{roof} – moment bezwładności płatwi lub blachy trapezowej na jednostkę długości pasa dolnego kratownicy,
E – moduł sprężystości podłużnej stali.



Rys. 6. Schemat obliczania sprężystości giętnej: a) płatwi lub blachy trapezowej K_{roof} , b) połączenia płatwi lub blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy K_{con} : 1 – płatew lub blacha trapezowa, 2 – kratownica

W kratownicach o zmiennej wysokości konstrukcyjnej na swej długości we wzorze (2) należy przyjąć h w przekroju, w którym występuje maksymalna siła ściskająca w pasie dolnym $N_{c.Ed}$.

Model obliczeniowy oceny sprężystości giętnej połączenia płatwi lub blachy trapezowej K_{con} pokazano na rys. 6b. Oblicza się ją ze wzoru

$$K_{con} = \frac{1}{\delta_{con}},\tag{3}$$

w którym δ_{con} – przemieszczenie poziome pasa dolnego od obciążenia jednostkowego H = 1, wynikające ze sztywności połączenia płatwi lub blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy.

Sprężystość połączenia K_{con} ma zazwyczaj największy wpływ na sztywność liniowego podparcia sprężystego K pasa dolnego kratownicy. W przypadku blach trapezowych odkształcalność tego połączenia jest stosunkowo duża. Aby uzyskać jego wystarczającą sztywność, stosuje się łączniki umieszczone naprzemiennie (por. rys. 4b), a niekiedy po 2 wkręty lub wstrzeliwane gwoździe w każdej dolinie fałdy blachy trapezowej (por. rys. 4d, e).

Sprężystość giętną połączenia K_{con} wyznacza się najczęściej analitycznie lub doświadczalnie według procedur podanych w [13 i 14], a także numerycznie (np. [5]). W przypadku blach trapezowych można ją obliczyć według oszacowań zaproponowanych (na podstawie obszernych badań) przez *Lindnera* [9÷11] i przyjętych w [13]. Przykład oceny sprężystości giętnej połączenia K_{con} płatwi giętej na zimno z pasem górnym kratownicy przedstawiono w [7].

W [13] podano zasady wyznaczania sprężystości obrotowej połączenia blachy trapezowej z belką (pasem górnym kratownicy) C_{DA}. Tę sprężystość wyznacza się ze wzoru

$$C_{D,A} = C_{100} k_{ba} k_t k_A k_{bT}, \qquad (4)$$

w którym:

C₁₀₀ – współczynnik bazowy dla pasa stężanego elementu o szerokości 100 mm,

 k_i – współczynniki zależne od szerokości pasa stężanego elementu, geometrii i ułożenia arkusza blachy trapezowej, rozstawu łączników oraz od kierunku i wartości obciążenia przekazywanego z poszycia na stężany element.

Sztywność giętną połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy K_{con} oblicza się ze wzoru [1, 2]

$$K_{con} = \frac{C_{D,A}}{h^2}.$$
 (5)

Model obliczeniowy sztywności giętnej wykratowania (słupków i krzyżulców) kratownicy K_d pokazano na rys. 7a. Sztywność giętna wykratowania K_d określa zależność

$$K_d = \frac{1}{\delta_d},\tag{6}$$

w której δ_d – przemieszczenie poziome pasa dolnego kratownicy od obciążenia jednostkowego H = 1, wynikające ze sztywności giętnej prętów wykratowania.

Sztywność giętną K_d wykratowania kratownicy można obliczyć ze wzoru [2]:

- w przypadku wykratowania V, jak na rys. 7b

$$K_d = \frac{3EI_d}{I_1 I_d^3},\tag{7}$$

- w przypadku wykratowania N, jak na rys. 7c

$$K_{d} = \frac{3E(I_{d}I_{s}^{3} + I_{s}I_{d}^{3})}{I_{d}I_{s}^{3}I_{s}^{3}},$$
(8)



Rys. 7. Schematy obliczania sprężystości giętnej wykratowania kratownicy *K_d*: a) model obliczeniowy, b) wykratowanie typu V, c) wykratowanie typu N, d) wykratowanie typu W

- w przypadku wykratowania W, jak na rys. 7d

$$K_{d} = \frac{3E(I_{d1}I_{s}^{3}I_{d2}^{3} + I_{s}I_{d1}^{3}I_{d2}^{3} + 2I_{d2}I_{s}^{3}I_{d1}^{3})}{I_{1}I_{d1}^{3}I_{s}^{3}I_{d2}^{3}},$$
(9)

gdzie:

 l_1 – odległość między węzłem pasa górnego i węzłem pasa dolnego kratownicy (rys. 7b, c, d),

 $I_{d1}, I_{d1}, I_{d2}, I_{d2}$ – długości oraz momenty bezwładności przekrojów krzyżulców (rys. 7b, c, d),

 I_s , I_s – długość i moment bezwładności przekroju słupka (rys. 7c, d).

W kratownicach o zmiennej wysokości konstrukcyjnej na swej długości we wzorach (7÷9) należy przyjąć parametry l_i oraz I_i w przekroju, w którym występuje maksymalna siła ściskająca w pasie dolnym $N_{c.Ed}$.

Obciążenie krytyczne pasów dolnych stężonych bocznie w wyniku sprężystego zamocowania kratownicy w obudowie dachu

Schematy obliczeniowe ściskanych pasów dolnych stężonych bocznie sprężystym "zamocowaniem" kratownicy w obudowie dachu pokazano na rys. 5f, g. W ocenie wyboczenia z płaszczyzny kratownicy (względem osi *z*) są one traktowane jako pręty ściskane na sprężystym podłożu o sprężystości *K*.

Obciążenie krytyczne jednogałęziowego pasa dolnego z płaszczyzny kratownicy stężonego bocznie obudową dachu (rys. 4b, c i rys. 5f) oblicza się ze wzoru [16]

$$N_{cr,z1} = 2\sqrt{KEI_z},$$
 (10)

w którym I_z – moment bezwładności pasa dolnego kratownicy względem osi z.

Długość wyboczeniową ściskanego pasa dolnego (rys. 4b, c i rys. 5f) z płaszczyzny kratownicy I_{cr.z} wyznacza się ze wzoru

$$T_{cr,z} = \pi \sqrt[4]{\frac{EI_z}{4K}}.$$
 (11)

W [2] podano przykład obliczeniowy oceny nośności wyboczeniowej z płaszczyzny kratownicy jednogałęziowego pasa dolnego, usztywnionego bocznie blachą trapezową połączoną z pasem górnym wiązara.

Zgodnie z PN-EN 1993-1-1 [12] ściskane dwugałęziowe pasy dolne kratownic (rys. 4d, e i rys. 5g) w analizie wytężenia względem osi z są traktowane jak mimośrodowo ściskane pręty jednogałęziowe, obliczane według teorii II rzędu. Z powodu braku ciągłości konstrukcyjno-materiałowej prętów dwugałęziowych, w ich modelu obliczeniowym przyjmuje się zastępcze charakterystyki sztywnościowe przekroju na ścinanie S_v i zginanie Ieff, a także uwzględnia się wstępne łukowe wygięcie osi w płaszczyźnie skratowania gałęzi pręta dwugałęziowego $e_0 =$ Icr.z2/500 (gdzie Icr.z2 – długość wyboczeniowa pręta dwugałęziowego). W obliczaniu nośności dwugałęziowych pasów dolnych kratownic ma zastosowanie p. 6.4 w PN-EN 1993-1-1 [11], z pewnymi modyfikacjami. Ponadto zakłada się, że przewiązki są spawane do gałęzi pasa dolnego oraz ich długość jest nie mniejsza niż podwójna szerokość przewiązki. Założenie to pozwala pominąć w obliczeniach podatność przewiązek.

Sztywność postaciową na ścinanie S_v oraz zastępczy moment bezwładności na zginanie I_{eff} dwugałęziowego pasa dolnego kratownicy wyznacza się ze wzorów:

$$S_v = 2\pi^2 E I_{ch} a^{-2},$$
 (12)

$$I_{eff} = 0.5h_0^2 A_{ch} + 2\mu I_{ch}, \tag{13}$$

w których:

a – osiowy rozstaw przewiązek pasa dolnego kratownicy (rys. 5g),

 h_0 – osiowy rozstaw gałęzi pasa dolnego kratownicy (rys. 4d, e i rys. 5g),

 A_{ch} , I_{ch} – pole przekroju oraz moment bezwładności względem osi z pojedynczej gałęzi pasa dolnego kratownicy,

 μ – współczynnik efektywności według tabl. 6.8 w PN-EN 1993-1-1 [12].

W przypadku dwugałęziowego pasa kratownicy jego sztywność ulega redukcji i w ocenie nośności należy uwzględnić lokalne zginanie i deformacje jego gałęzi. Obciążenie krytyczne z płaszczyzny kratownicy (względem osi z) dwugałęziowego pasa dolnego sprężyście stężonego bocznie obudową dachową oblicza się ze wzorów [6]:

$$N_{cr,z2} = \sqrt{KEI_{eff}} \left(2 - \frac{\sqrt{KEI_{eff}}}{S_v} \right) \quad \text{gdy} \quad \frac{S_v}{\sqrt{KEI_{eff}}} > 1, \quad (14)$$

$$N_{cr,z2} = \frac{KEI_{eff}}{S_v} \quad \text{gdy} \quad \frac{S_v}{\sqrt{KEI_{eff}}} \le 1.$$
(15)

Wzór określający moment zginający według teorii II rzędu M_{Ed} podany w p. 6.4 w PN-EN 1993-1-1 [12] ma następującą, zmodyfikowaną postać

$$M_{Ed} = \frac{N_{c,Ed} e_0 + M_{Ed}^{l}}{1 - \frac{N_{c,Ed}}{N_{cr,22}}}.$$
 (16)

gdzie:

 $N_{cr,z2}$ – siła krytyczna pasa dolnego kratownicy, obliczona według (14) lub (15),

 $N_{c,Ed}$ – obliczeniowa siła ściskająca w pasie dolnym kratownicy, $e_0 = I_{cr,z2}/500$ – wstępne wygięcie osi podłużnej dwugałęziowego pasa dolnego kratownicy,

 $I_{{\it cr,z2}}$ – długość wyboczeniowa dwugałęziowego pasa dolnego kratownicy,

 M_{Ed}^{I} – maksymalny obliczeniowy przęsłowy moment zginający w pasie dolnym kratownicy bez uwzględnienia efektów II rzędu.

Przykład

Analizowano płatew kratową o rozpiętości I = 15,0 m (rys. 8). Jest ona obciążona obliczeniowym oddziaływaniem: "dociskowym" (ciężar własny + obciążenie śniegiem) p = 1,30 kN/m² i "unoszącym" (ciężar własny + ssanie wiatru) s = -0,33 kN/m². Maksymalna siła ściskająca w pasie dolnym kratownicy $N_{c,Ed} =$ -66,30 kN. Odległość między osią blachy trapezowej i osią pasa dolnego kratownicy h = 0,74 m.



Zastosowano uciąglone zakładkowo, wieloprzęsłowe blachy trapezowe TR $60 \times 235 \times 940$, o grubości 1,00 mm, ze stali S320GD, w ułożeniu pozytyw i rozpiętości przęsła I_{roof} = 5,00 m. Moment bezwładności ich przekroju I_{roof} = 65,55 cm⁴/m. Blachy trapezowe są połączone w każdej fałdzie z pasem górnym kratownicy wkrętami ϕ 6,3 mm, z podkładkami o średnicy d > 16 mm oraz między sobą, co 300 mm, wkrętami ϕ 5,5 mm.

Pręty płatwi zaprojektowano ze stali S275, o granicy plastyczności $f_y = 275$ MPa. Pas dolny płatwi zaprojektowano z dwóch giętych na zimno ceowników 80×45×5,0. Charakterystyki geometryczne pojedynczego przekroju ceowego wynoszą: $A_{ch} = 7,45 \text{ cm}^2$, $I_{ch} = 14,67 \text{ cm}^4$, $W_z = 4,83 \text{ cm}^3$, $e_z = 1,47 \text{ cm}$. Osiowy rozstaw gałęzi pasa dolnego kratownicy $h_{0,1} = 0,0894 \text{ m}$. Są one połączone przewiązkami w odległości a = 0,50 m. Krzyżulce płatwi, o długości $I_d = 1,03 \text{ m}$, dano z giętego na zimno ceownika $60 \times 40 \times 3,0$. Charakterystyki geometryczne jego przekroju wynoszą $A_d = 3,83 \text{ cm}^2$, $I_d = 21,89 \text{ cm}^4$.

W przykładzie obliczeń sprawdzono tylko nośność ściskanego pasa dolnego z płaszczyzny ustroju, który jest stężony bocznie blachą trapezową połączoną z pasem górnym kratownicy.

Sztywność giętna blachy trapezowej

$$K_{roof} = \frac{2EI_{roof}}{h^2 I_{roof}} = \frac{2 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 65, 5 \cdot 10^{-8}}{0,74^2 \cdot 5,0} = 100,55 \text{ kN/m}^2.$$

Sztywność obrotowa $C_{D,A}$ połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy obliczona według [12]

$$C_{D,A} = C_{100}k_{ba}k_tk_Ak_{bT} = 2,6 \cdot 1,0 \cdot 1,372 \cdot 0,787 \cdot 1,0 = 2,81 \text{ kN} \cdot \text{m/m}.$$

Sztywność giętna połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy

$$K_{con} = \frac{C_{D,A}}{h^2} = \frac{2,81}{0.74^2} = 5,13 \text{ kN/m}^2.$$

Sztywność giętna krzyżulców płatwi kratowej

$$K_d = \frac{3EI_d}{I_1I_d^3} = \frac{3 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 21,89 \cdot 10^{-8}}{0,75 \cdot 1,03^3} = 168,27 \text{ kN/m}^2.$$

Sztywność liniowego podparcia sprężystego K pasa dolnego kratownicy

$$K = \frac{1}{\frac{1}{K_{roof}} + \frac{1}{K_{con}} + \frac{1}{K_d}} = \frac{1}{\frac{1}{100,55} + \frac{1}{5,13} + \frac{1}{168,27}} = 4,74 \text{ kN/m}^2$$

Wstępnie oszacowany efektywny moment bezwładności I_1 i promień bezwładności i_0 pasa dolnego płatwi wynoszą:

$$I_{1} = 0.5h_{0,1}^{2}A_{ch} + 2I_{ch} = (0.5 \cdot 0.0894)^{2} \cdot 0.0745 \cdot 10^{-3}$$
$$+ 2 \cdot 14,67 \cdot 10^{-8} = 3,29 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{4}$$
$$i_{0} = \sqrt{\frac{I_{1}}{2A_{ch}}} = \sqrt{\frac{3,29 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0.745 \cdot 10^{-3}}} = 0,047 \text{ m}.$$

Odpowiadające im długość wyboczeniowa $I_{cr,z0}$ i smukłość rzeczywista λ pasa dolnego z płaszczyzny kratownicy wynoszą:

$$I_{cr,z0} = \pi \sqrt{\frac{El_1}{4K}} = \pi \sqrt[4]{\frac{210 \cdot 10^9 \cdot 3,29 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 4,74 \cdot 10^3}} = 7,71 \text{ m},$$
$$\lambda = \frac{l_{cr,z0}}{i_0} = \frac{7,71}{0,047} = 164 \ge 150 \quad \rightarrow \mu = 0.$$

Efektywny moment bezwładności I_{eff} i skorygowana długość wyboczeniowa $I_{cr,z2}$ pasa dolnego płatwi wynoszą:

$$I_{eff} = 0.5h_0^2 A_{ch} = (0.5 \cdot 0.0894)^2 \cdot 0.0745 \cdot 10^{-3} = 2.997 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$
$$I_{cr,z2} = \pi \sqrt[4]{\frac{EI_{eff}}{4K}} = \pi \sqrt[4]{\frac{210 \cdot 10^9 \cdot 2.997 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 4.74 \cdot 10^3}} = 7.54 \text{ m}.$$

Sztywność postaciowa na ścinanie S_v dwugałęziowego pasa dolnego kratownicy

$$S_{v} = \frac{2\pi^{2}EI_{ch}}{a^{2}} = \frac{2\cdot\pi^{2}\cdot210\cdot10^{9}\cdot14,67\cdot10^{-8}}{0,5^{2}} = 4586,32 \text{ kN}.$$

Obciążenie krytyczne pasa dolnego z płaszczyzny kratownicy N_{cr,z^2} wynosi:

$$\begin{split} \sqrt{KEI_{eff}} &= \sqrt{4,74 \cdot 10^3 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 2,997 \cdot 10^{-6}} = 54,56 \text{ kN}, \\ \frac{S_v}{\sqrt{KEI_{eff}}} &= \frac{4586,32}{54,56} = 84,1 > 1, \end{split}$$

$$N_{cr,z2} = \sqrt{KEI_{eff}} \left(2 - \frac{\sqrt{KEI_{eff}}}{S_v} \right) = 54,56 \left(2 - \frac{1}{84,1} \right) = 108,47 \text{ kN}.$$

Smukłość względna $\overline{\lambda}$ oraz współczynnik długości wyboczeniowej χ (przyjęto krzywą wyboczeniową *c* oraz parametr imperfekcji α = 0,49) pasa dolnego kratownicy wynoszą:

$$\overline{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr,z2}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.745 \cdot 10^{-3} \cdot 275 \cdot 10^6}{108,47 \cdot 10^3}} = 1,943,$$

$$\Phi = 0.5[1 + \alpha(\overline{\lambda} - 0.2) + \overline{\lambda}^2] =$$

$$= 0.5[1 + 0.49(1,943 - 0.2) + 1,943^2] = 2,815,$$

$$= \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \overline{\lambda}^2}} = \frac{1}{2,815 + \sqrt{2,815^2 - 1,943^2}} = 0,206$$

Obliczeniowa nośność na wyboczenie pasa dolnego płatwi kratowej z płaszczyzny $N_{b.Rd,z}$ wynosi

χ

$$\begin{split} N_{b,Rd,z} &= \chi A \frac{f_{\gamma}}{\gamma_{M1}} = 0,206 \cdot 2 \cdot 0,745 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{275 \cdot 10^{\circ}}{1,0} = \\ &= 84,45 \text{ kN} > N_{c,Ed} = 66,30 \text{ kN}. \end{split}$$

Sprawdzenie nośności gałęzi na ściskanie ze zginaniem. Wstępne wygięcie pasa e_0 i moment zginający M_{Ed} w gałęzi pasa dolnego kratownicy wynoszą:

$$\mathbf{e}_0 = \frac{I_{cr,z2}}{500} = \frac{7,54}{500} = 0,0151,$$

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed}e_0 + M_{Ed}^i}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,2}}} = \frac{66,30 \cdot 0,0151 + 0}{1 - \frac{66,30}{108,47}} = 2,571 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Siła osiowa $N_{ch,Ed}$ i siła poprzeczna V_{Ed} w gałęzi pasa dolnego płatwi kratowej wynoszą:

$$\begin{split} N_{ch,Ed} &= 0.5 N_{Ed} + \frac{M_{Ed} h_{0.1} A_{ch}}{2 l_{eff}} = 0.5 \cdot 66,30 + \\ &+ \frac{2.571 \cdot 0.0894 \cdot 0.745 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 2.99 \cdot 10^{-6}} = 61,72 \text{ kN}, \\ V_{Ed} &= \frac{\pi M_{Ed}}{l_{cr}} = \frac{\pi \cdot 2.671}{7.54} = 1,11 \text{ kN}. \end{split}$$

Moment zginający od siły ścinające
j $V_{\mbox{\scriptsize Ed}}$ w gałęzi pasa dolnego płatwi kratowej

$$M_{ch,Ed} = \frac{V_{Ed}a}{4} = \frac{1,11\cdot0,5}{4} = 0,139 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Nośność na wyboczenie $N_{b,ch,Rd}$ jednej gałęzi pasa dolnego płatwi kratowej wynosi:

$$I_{ch,cr} = a = 0.5 \text{ m},$$

$$N_{ch,cr} = \frac{\pi^2 E I_{ch}}{I_{ch,cr}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 14,67 \cdot 10^{-8}}{0.5^2} = 1250 \text{ kN},$$

$$\overline{\lambda}_{ch} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{ch,cr}}} = \sqrt{\frac{0.745 \cdot 10^{-3} \cdot 275 \cdot 10^6}{1250 \cdot 10^3}} = 0,405,$$

$$\Phi = 0,5[1 + \alpha(\overline{\lambda} - 0,2) + \overline{\lambda}^2] =$$

$$= 0,5[1 + 0,49(0,405 - 0,2) + 0,405^2] = 0,632,$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \overline{\lambda}^2}} = \frac{1}{0,632 + \sqrt{0,632^2 - 0,405^2}} = 0,892,$$

$$N_{b,ch,Rd} = \chi A \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,892 \cdot 0,745 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{275 \cdot 10^6}{1,0} =$$

$$= 182,75 \text{ kN} > N_{ch,Ed} = 61,72 \text{ kN}.$$

Z wykonanych obliczeń wynika, że siła ścinająca V_{Ed} nie redukuje nośności gałęzi pasa dolnego płatwi kratowej.

Interakcyjna nośność ściskanej i zginanej gałęzi pasa dolnego płatwi kratowej wynosi:

$$\frac{N_{ch,Ed}}{N_{b,Rd}} + k_{zz} \frac{M_{ch,Ed}}{M_{z,Rd}} \le 1,0,$$

$$M_{z,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl}f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{4,83 \cdot 10^{-6} \cdot 275 \cdot 10^6}{1,0} = 1,328 \text{ kN} \cdot \text{m},$$

$$k_{zz} = C_{mz} \left(1 + (2\overline{\lambda}_z - 0,6) \frac{N_{ch,Ed}}{N_{b,Rd}} \right) \le C_{mz} \left(1 + 1,4 \frac{N_{ch,Ed}}{N_{b,Rd}} \right),$$

$$C_{mz} = 0,9,$$

$$k_{zz} = 0,9 \left(1 + (2 \cdot 0,405 - 0,6) \frac{61,72}{84,45} \right) = 1,04,$$

$$\frac{N_{ch,Ed}}{N_{b,Rd}} + k_{zz} \frac{M_{ch,Ed}}{M_{z,Rd}} = \frac{61,72}{84,45} + 1,04 \cdot \frac{0,139}{1,328} = 0,84 \le 1,0.$$

Wykonane obliczenia wykazały, że spełniony jest warunek stanu granicznego nośności pasa dolnego płatwi kratowej.

Uwagi i wnioski końcowe

W ocenie stateczności pasów dolnych z płaszczyzny kratownic płaskich można uwzględniać usztywniające współdziałanie płatwi lub blach trapezowych. Sztywność giętno-skrętna ustroju złożonego z płatwi lub blach trapezowych odpowiednio połączonych z kratownicą płaską zapewnia ograniczenie przemieszczeń bocznych jej pasa dolnego. Wówczas to sprężyste "zamocowanie" kratownicy w obudowie dachowej można uwzględnić w obliczeniach wyboczenia pasa dolnego z płaszczyzny ustroju. W takim przypadku można zrezygnować z klasycznych stężeń prętowych usztywniających pasy dolne z płaszczyzny kratownicy. Uzyskuje się w ten sposób oszczędności stali oraz czasu wykonania konstrukcji i jej montażu.

Z wykonanych analiz wynika, że bardzo duży wpływ na boczne usztywnienie stabilizacyjne pasów dolnych kratownic płaskich ma sztywność giętna połączeń płatwi lub blachy trapezowej z ich pasem górnym. Dlatego połączenia te należy konstruować tak, aby charakteryzowały się odpowiednią nośnością oraz małą odkształcalnością. Ich sztywność giętną należy wyznaczać analitycznie lub doświadczalnie według procedur określonych w [13 i 14] lub określać, stosując zaawansowane modele numeryczne.

W przypadku blach trapezowych wpływ na sztywność giętną K_{con} ma nie tylko rozwiązanie konstrukcyjne połączenia poszycia z pasem górnym kratownicy, ale również cechy geometryczne. W tym aspekcie jest korzystne stosowanie blach trapezowych o małym rozstawie fałd, gdyż wówczas połączenia fałd blach trapezowych z pasem górnym kratownicy występują "gęściej". Natomiast dużą sztywność postaciową poszycia dachowego *S* (spełniającego usztywnienie tarczowe pasów górnych kratownicy) uzyskuje się, stosując blachy trapezowe o małej wysokości profilu h_w . Jednak takie blachy trapezowe charakteryzuje mała sztywność giętna oraz mała nośność na obciążenia poprzeczne dachu (od np. obciążenia śniegiem, wiatrem). Stąd w doborze przekroju poprzecznego blachy trapezowej w rozpatrywanych dachach kratownicowych zaleca się analizować rozwiązania wariantowe. Usztywniające zadanie płatwi lub blach trapezowych w analizowanych dachach kratownicowych wymaga odpowiedniego ich połączenia z pasem górnym kratownic. Dlatego np. jakość wykonania połączeń głównych i wzdłużnych blach trapezowych musi podlegać kontroli i odbiorowi technicznemu [15]. Ponadto zgodnie z [15] w tak zaprojektowanych obiektach muszą być umieszczone tablice ostrzegawcze, informujące o zakazie modernizacji dachu bez wykonania wcześniejszych analiz statyczno-wytrzymałościowych (rys. 9) [15].



Rys. 9. Przykład tablicy ostrzegawczej "BLACHA TRAPEZOWA KONSTRUK-CYJNA" [15]

PIŚMIENNICTWO I WYKORZYSTANE MATERIAŁY

- Biegus A.: Blacha fałdowa jako usztywnienie pasów kratownic płaskich przy wyboczeniu z ich płaszczyzny. "Budownictwo i Architektura" 13(3), 2014.
- [2] Biegus A.: Trapezoidal sheet as a bracing preventing flat trusses from out-of-plane buckling. "Archives of Civil and Mechanical Engineering". 15(2015).
- [3] Biegus A.: Analiza wyboczenia pasów dolnych z płaszczyzny kratownic w dachach bezpłatwiowych. "Materiały Budowlane", nr 10/2015.
- [4] Bródka J., Broniewicz M., Giżejowski M.: Kształtowniki gięte. Poradnik projektanta. Polskie Wydawnictwo Techniczne, Rzeszów 2006.
- [5] Gajdzicki M., Goczek J.: Numerical simulation to determine torsional restrain of cold-formed Z-purlin. XII International Conference of Steel Structures, Wrocław, Poland, 15-17 June 2011.
- [6] Gozzi J.: Design of roof trusses. Access-Steel SN027a-EN-EU, www. steel-access.com.
- [7] Gozzi J.: Single span truss and post frame for a low pitch roof using battened section chords. Access-Steel SX017a-EN-EU, www.steel--access.com.
- [8] Hotała E., Hotała P., Zarembowicz M.: Bezpieczeństwo płatwi podczas obciążenia wiatrem lub śniegiem. Problemy Naukowo-Badawcze Budownictwa. Praca zbiorowa pod red. Mirosława Broniewicza, Anny Prusiel, tom 2: Konstrukcje budowlane i inżynierskie, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok 2007.
- [9] Lindner J.: Stabilisierung von Trägern durch Trapezblache. "Stahlbau", 56 (1) (1987) 9–15.
- [10] Lindner J., Gregull T.: Drehbettungswerte f
 ür Dachdeckungen mit untergelegter Wärmedämmung. "Stahlbau", 58 (6), 1989.
- [11] Lindner J., Groeschel F.: Drehbettungswerte f
 ür Profilblechbefestigung mit Setzbolzen bei unterschiedlich grossen Auflasten. "Stahlbau", 65 (6), 1996.
- [12] PN-EN 1993-1-1:2006 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych
 Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [13] PN-EN 1993-1-3:2008 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-3: Reguły ogólne – Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.
- [14] PN-EN 1993-1-8:2006 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych
 Część 1-8: Projektowanie węzłów.
- [15] prEN 1090-4 Execution of steel structures and aluminium structures. CEN/TC 135-N 661. Brussels 2013.
- [16] Roik K.: Vorlesungen über Stahlbau. Berlin Verlag, 1978.